

## پاسخنامه تشریحی

۱

الف

نادرست

۲

الف

$$n = 6 + 10 + 4 = 20 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{10}{20} = 0,5 \\ b = \frac{4}{20} = 0,2 \end{cases}$$

ب

۳

$$\frac{2 \times 95 + 3x + 4 \times 65}{2 + 3 + 4} = 70 \Rightarrow \frac{190 + 3x + 260}{9} = 70 \Rightarrow 3x + 450 = 630 \Rightarrow 3x = 180 \Rightarrow x = 60$$

۴

الف

خوشه‌ای

ب

طبقه‌ای

۵

$$n = 25, \sigma = 2, \bar{x} = 22$$

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 22 - \frac{2 \times 2}{\sqrt{25}} \leq \mu \leq 22 + \frac{2 \times 2}{\sqrt{25}} \Rightarrow 22 - \frac{4}{5} \leq \mu \leq 22 + \frac{4}{5} \Rightarrow 21,2 \leq \mu \leq 22,8$$

۶

الف

$$\{0, 6\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}$$

ب

A: پیشامد نمونه‌های دو عضوی با میانگین ۳

S: تمام نمونه‌های دو عضوی

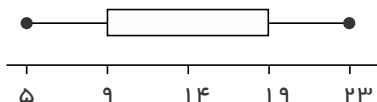
$$n(S) = \binom{7}{2} = 21 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

۷

مرتب کردن داده‌ها به صورت صعودی

→ ۵, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۳

$$\begin{cases} Q_1 = 9 \\ \text{میانۀ} = 14 \\ Q_3 = 14 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{تعداد داده‌ها} = 15 \\ \text{داده هشتم} = \text{میانۀ} = 14 \end{cases}$$



۸

مجموع اندازه‌های زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای برابر  $360^\circ$  است. پس داریم:

$$53 + 87 + x + 90 + 70 = 360 \rightarrow x = 60$$

اگر  $f$  تعداد دانش‌آموزان گروه «پ» باشد، آنگاه:

$$\frac{f}{n} \times 360 = 60 \xrightarrow{n=210} \frac{f}{210} \times 360 = 60 \Rightarrow f = 35$$

۹ با توجه به صورت مسئله اندازه فراوانی نسبی داده  $D$  برابر است با: ۰٫۰

$$\text{فراوانی داده} = \frac{a}{\text{کل داده‌ها}} \rightarrow \frac{a}{25} = \frac{8}{100} \rightarrow 100 \times a = 25 \times 8 \rightarrow a = 2$$

$$8 + b + 5 + 4 + 2 = 25$$

$$b + 19 = 25$$

$$b = 6$$

$$b - a = 6 - 2 = 4$$

۱۰

$$\begin{array}{ccc} & \xrightarrow{\text{در حالت اول}} & \frac{4\sigma}{\sqrt{200}} \\ \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \xrightarrow{\text{در حالت دوم}} & & \frac{4\sigma}{\sqrt{800}} \end{array}$$

$$\frac{\cancel{4\sigma}}{\sqrt{200}} = 2 \rightarrow \text{به اندازه ۲ برابر کاهش می‌یابد یا به عبارت دیگر طول بازه نصف می‌شود.} \rightarrow \frac{\cancel{4\sigma}}{\sqrt{800}}$$

۱۱ ضریب هر درس به منزله فراوانی و نمره کل آزمون عمومی همان میانگین خواهد بود فرض کنیم درصد درس زبان انگلیسی برابر  $a$  باشد در این صورت:

$$58 = \frac{4(65) + 2(52) + 3(70) + 2(a)}{4 + 2 + 3 + 2} = \frac{2a + 574}{11}$$

$$\Rightarrow 2a + 574 = 11 \times 58 \Rightarrow 2a = 638 - 574 = 64 \Rightarrow a = 32$$

۱۲ یکی از داده‌های آماری با میانگین  $(\bar{x})$  برابر است. بنابراین ۲۶ داده آماری بصورت  $x_1, x_2, \dots, x_{26}, \bar{x}$  باشد. داریم:

$$\sigma^2 = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4 = \frac{\overbrace{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{26} - \bar{x})^2}^A + (\bar{x} - \bar{x})^2}{26}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{26} = 4 \rightarrow A = 4 \times 26 = 104 (*)$$

با حذف  $\bar{x}$  میانگین ۲۵ داده باقیمانده نیز برابر  $\bar{x}$  خواهد بود و در نتیجه واریانس ۲۵ داده آماری  $x_1, x_2, \dots, x_{25}, \bar{x}$  میانگین  $\bar{x}$  برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2}{25} \stackrel{(*)}{=} \frac{104}{25} = 4,16$$

۱۳

$$15 + 30 + 25 + a = 100 \Rightarrow a = 30$$

$$\bar{x} = \frac{f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + f_3 \times x_3 + f_4 \times x_4}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{f_1}{n}x_1 + \frac{f_2}{n}x_2 + \frac{f_3}{n}x_3 + \frac{f_4}{n}x_4$$

$$\bar{x} = \frac{15}{100} \times 12 + \frac{30}{100} \times 15 + \frac{25}{100} \times 18 + \frac{30}{100} \times 21 = 17,1$$

۱۴ مجموع اندازه زاویه‌های مرکزی مربوط به تمام کدها در نمودار دایره‌ای برابر  $360^\circ$  است.

بنابراین

$$27 + 45 + 99 + a + 54 + 18 = 360 \Rightarrow 243 + a = 360 \Rightarrow a = 117$$

بنابراین  $\frac{117}{360} = \frac{13}{40}$  از کل داده‌ها برابر کد ۴ می‌باشد. بنابراین:

$$\text{فراوانی کد ۴} = \frac{13}{40} \times 160 = 52$$

۱۵ میانگین دو داده ۱۲ و ۱۸ برابر ۱۵ می‌باشد. چون میانگین هشت داده اولیه نیز ۱۵ می‌باشد پس میانگین ۱۰ داده حاصل نیز برابر ۱۵ خواهد بود. واریانس هشت داده اولیه برابر ۴ است. پس:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 15)^2 + \dots + (x_8 - 15)^2}{8} = 4$$

$$\Rightarrow (x_1 - 15)^2 + \dots + (x_8 - 15)^2 = 32 (*)$$

بنابراین واریانس ۱۰ داده  $x_1, \dots, x_8, 12, 18$  با میانگین ۱۵ برابر است با:

$$\frac{(x_1 - 15)^2 + \dots + (x_8 - 15)^2 + (12 - 15)^2 + (18 - 15)^2}{10} \stackrel{(*)}{=} \frac{32 + 9 + 9}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

۱۶ میانگین ۳ داده اضافه شده برابر ۲۵ می‌باشد و با توجه به اینکه میانگین ۱۸ داده اولیه نیز برابر ۲۵ می‌باشد پس میانگین ۲۱ داده حاصل برابر ۲۵ می‌باشد. از طرفی داریم:

$$\sigma = 3 \Rightarrow \sigma^2 = 9 = \frac{(x - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2}{18}$$

$$A = (x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2 = 9 \times 18 = 162$$

بنابراین واریانس ۲۱ داده  $x_1, \dots, x_{18}$  و ۲۰ و ۲۷ و ۲۸ با میانگین ۲۵ برابر است با:

$$\frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_{18} - 25)^2 + (20 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2}{21}$$

$$\frac{A + 25 + 4 + 9}{21} = 9,52$$

۱۷

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_4^2}{4} - \bar{x}^2 = \frac{108}{4} - 5^2 = 27 - 25 = 2$$

۱۸

۹، ۱۱، ۱۱، ۱۲، ۱۴، ۱۴، ۱۵، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸  $\Rightarrow$  مرتب شده داده‌ها به صورت صعودی

چارک اول      چارک دوم میانه      چارک سوم

داده‌های داخل جعبه عبارتند از: ۱۲، ۱۴، ۱۴، ۱۵، ۱۵

میانگین  $= \frac{12 + 14 + 14 + 15 + 15}{5} = 14 \rightarrow \sigma^2 = \frac{4 + 0 + 0 + 1 + 1}{5} = \frac{6}{5} = 1,2$

۱۹ با نمونه‌گیری سیستماتیک یک میلیون نفر را با توجه به شماره‌هایشان به ۲۵ دسته ۴۰۰۰۰ نفری تقسیم کرده ( $\frac{1000000}{25} = 40000$ ) و هر شماره‌ای که به صورت احتمالی از هر دسته انتخاب شد با همان روند از دسته‌های دیگر هم انتخاب می‌کنیم.

$$| \text{احتمال انتخاب ۱ نفر} | = \frac{\binom{10^6 - 1}{24}}{\binom{10^6}{25}} = \frac{25}{10^6}$$

۲۰

میانگین اصلی جامعه  $\bar{x} = \frac{2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12}{6} = \frac{3 \times 14}{6} = 7$

$\rightarrow \{\{2, 12\}, \{4, 10\}, \{6, 8\}\}$  تمام زوج‌هایی که مجموع ۱۴ می‌دهند یعنی میانگینشان ۷ است.

احتمال اتفاق افتادن هر زوج برابر است با  $\frac{1}{\binom{6}{2}} = \frac{1}{15}$  ولی برای سه زوج این احتمال  $\frac{3}{15}$  می‌شود.